

Aplicación del concepto de integral definida en problemas de ingeniería: Caso de estudio proyecto de ampliación del canal de Panamá

Application of the defined integral concept in engineering problems:
Study case panama channel enlargement project

(Entregado 16/08/2018 – Revisado 10/10/2018)

Mtr. Iván Gabriel Mafla Bolaños
Robinson Paúl López Chicango
Yadira Alejandra Pozo Arcos

Universidad Politécnica Estatal del Carchi – Ecuador

gabriel.mafla@upec.edu.ec
lopezpaul201@gmail.com
alejandrapozo1996@gmail.com

Resumen

El presente trabajo consistió en la aplicación del concepto de integral definida en un caso práctico relacionado con procesos logísticos. Mediante la utilización de información y datos correspondientes al Proyecto de ampliación del Canal de Panamá en su primera fase, se realizó un análisis técnico del mismo para demostrar con fines didácticos, cómo se puede dar solución a un problema real de ingeniería de gran envergadura con base en fundamentos matemáticos de cálculo integral y principios físicos simples. El objetivo principal de este trabajo fue mostrar a la comunidad educativa, una forma de aplicar una estrategia de enseñanza de carácter investigativa y con sentido práctico de las matemáticas, con enfoque particular en el concepto geométrico de integral definida. Específicamente, se procedió a calcular las áreas de ampliación del Canal de Panamá que permitan el paso simultáneo de un barco Panamax y un Post-Panamax. La información base para el desarrollo del trabajo se la obtuvo de varias fuentes, como investigaciones y publicaciones acerca del Canal de Panamá y del proyecto de ampliación.

Palabras clave: *Integral definida, Canal de Panamá, Post-Panamax, Esclusas.*

Abstract

The present work consisted in the application of the concept of defined integral in a practical case related to logistics processes. By using information and data corresponding to the first phase of

the Panama Canal Expansion Project, a technical analysis was carried out to demonstrate for teaching purposes how a real large-scale engineering problem can be solved based on mathematical foundations of integral calculus and simple physical principles. The main objective of this work was to show the educational community a way of applying an investigative and practical teaching strategy of mathematics, with particular focus on the geometric concept of defined integral. Specifically, this work proceeded to calculate the expansion areas of the Panama Canal that allow the simultaneous passage of a Panamax and a Post-Panamax ship. The basic information for the development of the work was obtained from several sources, such as research and publications about the Panama Canal and the expansion project.

Keywords: *Post-Panamax, Locks, Canal, Length, Ship.*

1. Introducción

Desde que el Canal de Panamá fue inaugurado ha impulsado el crecimiento económico de los países desarrollados, disminuyendo el tiempo y las distancias en el ámbito marítimo.

La ampliación de este canal es muy importante porque las mercancías que circulan por el canal representan el 5% del comercio mundial y sus principales usuarios son Estados Unidos, China y Japón. Con una demanda cada vez más creciente, es necesario que la infraestructura del canal sea segura, productiva y eficiente.

En lo que se refiere al ámbito logístico, el Canal de Panamá es muy importante porque la actividad marítima requiere de funcionalidades adicionales proporcionales a los cambios en la capacidad de los puertos y de los barcos de carga como el Post – Panamax. Esta es la razón principal por la cual se ha considerado ampliar el canal para que estos mega barcos puedan pasar puedan cumplir con los requerimientos comerciales globales cuyo eje fundamental es el proceso de circulación a través del Canal de Panamá.

La enseñanza de conceptos matemáticos complejos a cierto nivel de aprendizaje, así como el establecimiento de relaciones claras con aplicaciones reales prácticas puede representar en varios casos un desafío tanto para docentes como para estudiantes. Este problema se complica mucho más, si el análisis matemático requerido es profundo y demanda de mayores conocimientos y procesos de razonamiento más elaborados. Incluso para interpretar problemas sencillos a través de modelos matemáticos, se puede necesitar de estrategias sofisticadas de enseñanza y metodologías innovadoras que evidencien la existencia de un modelo matemático que describe el comportamiento de un sistema determinado.

Es por esta razón, que en el presente trabajo se muestra una aplicación del concepto de integral definida a un problema existente y de incidencia global, con un análisis relativamente básico en términos de modelación, como un ejemplo de un mecanismo de enseñanza de la matemática con enfoque ingenieril en la resolución de casos reales.

En cuanto a las características técnicas del problema, la solución se centra en garantizar que el Canal de Panamá siga siendo el camino más corto de comunicación entre el Océano Pacífico y el

Atlántico, considerando que el canal de Panamá es una de las principales rutas del comercio mundial de mercancías de gran volumen y el motor de la economía de este país.

Uno de los problemas del Canal tradicional encontrados en estudios previos a la ampliación fue justamente que los barcos Post – Panamax, de dimensiones mucho mayores a los buques que comúnmente circulaban por el canal, ya no lo podían atravesar, determinándose varias causas para iniciar con la ampliación del Canal de Panamá como:

- Existencia de congestionamiento de buques.
- Mejorar la economía de Panamá.
- Circulación de buques de amplias dimensiones.

En este problema hizo que el canal se convierta en una segunda opción para algunos barcos y se produzcan incontables pérdidas para el país.

2. Materiales y métodos

El presente trabajo es una investigación de carácter ingenieril cuantitativa con fines didácticos en la enseñanza de la matemática y para su realización se consideraron los siguientes parámetros:

Datos de la ampliación del canal

Las nuevas esclusas miden 427 metros de largo, 55 metros de ancho y tienen una profundidad de 18,3 metros. Permitirán el cruce de buques de 366 metros de eslora, 49 metros de manga y 15,2 metros de calado, con lo que podrán pasar barcos con capacidad máxima de entre 13000 y 14000 contenedores, tres veces más la carga que puede llevar el buque más grande que atraviesa las esclusas viejas. (Agencias, 2016, pág. párr. 4)

Recorrido y sistema de esclusas.

El canal sigue el valle del río Chagres por la vertiente del Atlántico, y del Río Grande por la del Pacífico, con el corte de la sierra Culebra, donde se unen ambos ríos. Tiene seis esclusas, con 305 metros de longitud y 33,5 metros de ancho, tres en la vertiente del Atlántico que alzan los barcos y tres en la del Pacífico, que los descenden al nivel del mar. La travesía dura de 7 a 8 horas. (Verini, 2012)

Desde las esclusas del Gatún, el canal atraviesa el lago del mismo nombre en dirección sur y sudeste hasta la boca del Corte Gaillard (antes llamado Corte Culebra), un canal excavado de 13 km de longitud. Este corte es la parte más difícil y estrecha del canal, y sus 12,7 kilómetros representan casi una quinta parte de la extensión total de la vía del canal. Este lugar fue excavado a través de la roca y piedra caliza de la cordillera Central del istmo de Panamá y con el material excavado se podrían erigir hasta 63 pirámides iguales a las de Egipto. Hacia el final del corte Gaillard está la esclusa de Pedro Miguel, con una altura de 9,4 metros y lindera con el lago Miraflores, que se halla a 16,8 metros sobre el nivel del Pacífico. El canal cruza ese lago a lo largo de 2,1 km y alcanza dos esclusas que descenden los barcos hasta el nivel de la marea del Pacífico. Desde las esclusas de Miraflores, el canal recorre 4 km hasta Balboa, en el golfo de Panamá, desde donde se extiende un canal dragado de 8 km que llega hasta la Bahía de Panamá. Cada alcantarilla tiene un juego de cinco agujeros de 1,37 metros de diámetro. A medida que se vierte el agua en las alcantarillas, se distribuye

por 100 agujeros en el piso de la cámara. Como se mencionó, la diferencia de nivel entre el lago Gatún y el océano Atlántico es de 25 metros y que, debido al ancho del canal, sólo pueden pasar buques petroleros de la categoría Panamax, construidos a la medida del canal actual, con una eslora de 294 metros, una manga de 32,3 metros y 12 metros de calado máximo, de 55.000 a 75.000 de DWT (Death Weight Tons), o buques portacontenedores que transportan hasta 4.500 contenedores. (Verini, 2012)

Medidas de los barcos

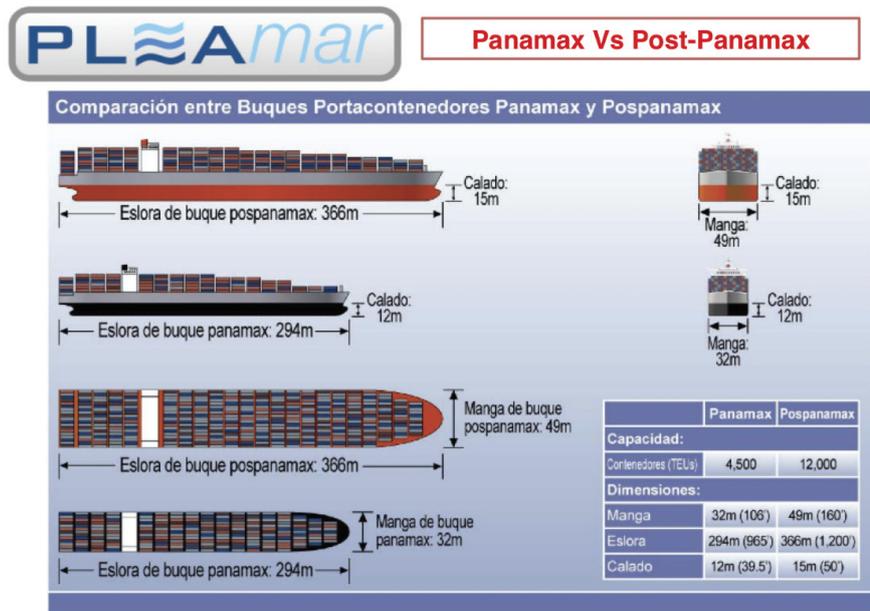


Figura 1. Barco Panamax y Post -Panamax

Fuente: Propuesta de Ampliación del Canal de Panamá/ Proyecto del tercer juego de esclusas/www.pancanal.com

Esclusas.

Las nuevas esclusas del Canal son 40% más largas y 60% más anchas, complementadas con un sistema de tinas de reutilización de agua. Las actuales esclusas tienen un largo de 305 metros de largo por 33.5 metros de ancho, mientras que las nuevas esclusas tienen un largo de 427 metros y un ancho de 55 metros. El tercer juego de esclusas permitirá el tránsito de buques con un largo de hasta 365 metros y un ancho de hasta 49 metros, mientras que por las actuales pueden transitar naves con un largo de hasta 294.3 metros y un ancho de hasta 32.2 metros. (Panamá L. e., 2016)

La profundidad operativa del Canal actual es de 12.8 metros y un calado, altura que limita la zona sumergida de un barco desde la parte más baja hasta la línea de flotación sin que encalle, de 12.04 metros. En el caso del canal ampliado, la profundidad operativa es de 18.3 metros y el calado de 15.02 metros. (Panamá L. e., 2016)

Diseño del modelo.

Las ecuaciones empleadas para el cálculo del área del barco fueron:

$x^2 + y^2 = r^2$: Esta fórmula sirve para modelar la forma geométrica de los extremos de los barcos Post-Panamax.

$A = \frac{r^2}{2} \int_0^r (\cos 2\theta + 1) d\theta$: mediante esta integral se dedujo la fórmula para calcular el área correspondiente a medio círculo.

$A = \frac{\pi r^2}{2}$: Esta fórmula sirve para calcular el área correspondiente a medio círculo.

3. Resultados y discusión

CÁLCULO DE AREA MÍNIMA DE AMPLIACIÓN DEL CANAL

El cálculo del área mínima de ampliación del Canal de Panamá para permitir el paso de un Barco Panamax y un Post- Panamax de manera simultánea se realizó de la siguiente manera.

Post – Panamax
Datos:

$$r = \frac{49}{2} = 24,5m$$

$$x = \text{eslora-radio del extremo} = 366 - 24,5 = 341,5 \text{ m}$$

Donde:

r = radio del extremo del barco

x = longitud lineal del barco sin el extremo

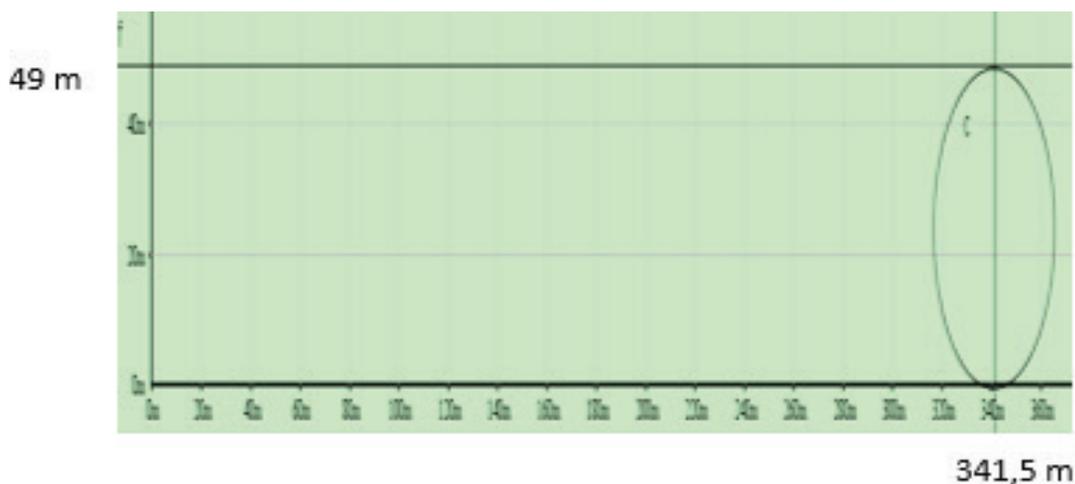


Figura 2: Barco Post – Panamax (dimensiones)

Fuente: Elaboración propia

Procedimiento:

1. Calcular el área del rectángulo.

$$A_1 = \int_0^{341,5} 49 \, dx$$

$$A_1 = 49 x \Big|_0^{341}$$

$$A_1 = 49 (341,5) - 0$$

$$A_1 = 16733,5$$

2. Calcular el área del círculo.

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$y^2 = r^2 - x^2$$

$$\sqrt{y^2} = \sqrt{r^2 - x^2}$$

$$y = \sqrt{r^2 - x^2}$$

$$A = \int_0^r \sqrt{r^2 - x^2} \, dx$$

Haciendo cambio de variables se tiene:

$$A = \int_0^r \sqrt{r^2 - r^2 \text{Sen}^2 \theta} \, dx$$

$$A = r \int_0^r \sqrt{1 - \text{Sen}^2 \theta} \, r \text{Cos} \theta \, d\theta$$

$$A = r^2 \int_0^r \sqrt{\text{Cos}^2 \theta} \, d\theta$$

$$A = r^2 \int_0^r \frac{\text{Cos} 2\theta + 1}{2} \, d\theta$$

$$A = \frac{r^2}{2} \int_0^r (\text{Cos} 2\theta + 1) \, d\theta$$

$$u = \theta$$

$$du = 2 \, d\theta$$

$$A = \frac{r^2}{2} \left(\frac{1}{2} \text{Sen} 2\theta + \theta \right) \Big|_0^r$$

$$\rightarrow \theta$$

$$\rightarrow \theta \quad \frac{\pi}{2}$$

$$A = \frac{r^2}{2} \left(\frac{1}{2} \text{Sen} 2\theta + \theta \right) \Big|_0^{\pi/2}$$

$$A = \frac{r^2}{2} \left(\frac{\pi}{2} \right)$$

$$A = \frac{\pi r^2}{4}$$

$$A = \frac{2\pi r^2}{4}$$

$$A = \frac{\pi r^2}{2}$$

$$A_2 = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi(24,5)^2}{2}$$

$$A_2 = 942,87 \text{ m}^2$$

3. .

$$A_1 + A_2 = 16733,5 + 942,87$$

$$A_{\text{Post-Panamax}} = 17676,37 \text{ m}^2$$

Panamax.

Datos:

$$r = \frac{32}{2} = 16 \text{ m}$$

$$x = \text{eslora} - \text{radio del extremo} = 294 - 16 = 278 \text{ m}$$

Donde:

r = radio del extremo del barco

x = longitud lineal del barco sin el extremo

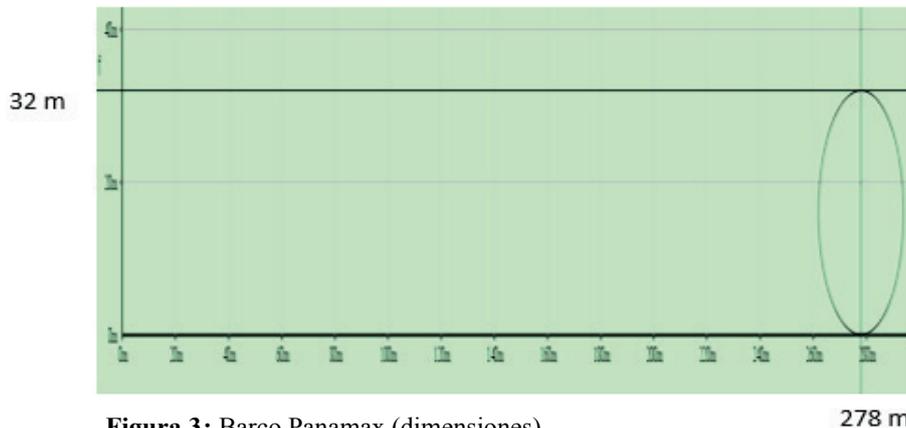


Figura 3: Barco Panamax (dimensiones)

Fuente: Elaboración propia

Procedimiento:

1. Calcular el área del rectángulo.

$$A_3 = \int_0^{278} 32 \, dx$$

$$A_3 = 32 x \Big|_0^{278}$$

$$A_3 = 32 (278) - 0$$

$$A_3 = 8896$$

2. Calcular el área del círculo.

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$y^2 = r^2 - x^2$$

$$\sqrt{y^2} = \sqrt{r^2 - x^2}$$

$$y = \sqrt{r^2 - x^2}$$

$$A = \int_0^r \sqrt{r^2 - x^2} dx$$

Haciendo cambio de variables se tiene:

$$A = \int_0^r \sqrt{r^2 - r^2 \text{Sen}^2 \theta} dx$$

$$A = r \int_0^r \sqrt{1 - \text{Sen}^2 \theta} r \text{Cos} \theta d\theta$$

$$A = r^2 \int_0^r \sqrt{\text{Cos}^2 \theta} d\theta$$

$$A = r^2 \int_0^r \frac{\text{Cos} 2\theta + 1}{2} d\theta$$

$$A = \frac{r^2}{2} \int_0^r (\text{Cos} 2\theta + 1) d\theta$$

$$u = 2\theta$$

$$du = 2 d\theta$$

$$A = \frac{r^2}{2} \left[\frac{1}{2} \text{Sen} 2\theta + \theta \right]_0^r$$

$$\rightarrow \theta$$

$$\rightarrow \theta \quad \frac{\pi}{2}$$

$$A = \frac{r^2}{2} \left(\frac{1}{2} \text{Sen} 2\theta + \theta \right) \Big|_0^{\pi/2}$$

$$A = \frac{r^2}{2} \left(\frac{\pi}{2} \right)$$

$$A = \frac{\pi r^2}{4}$$

$$A = \frac{2\pi r^2}{4}$$

$$A = \frac{\pi r^2}{2}$$

$$A_4 = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi(16)^2}{2}$$

$$A_4 = 402,12 \text{ m}^2$$

3. Área total

$$A_3 + A_4 = 8896 + 402,12$$

$$A_{Panamax} = 9298,12 \text{ m}^2$$

Determinación del área:

Del muro al barco existe una distancia de 60 cm y la distancia entre barcos es de 60 cm.

Se tiene por lo tanto un espacio de 180 cm (60 x3).

El área del espacio se calcula con la longitud del barco Post-Panamax de la siguiente forma:

$$A_{espacio} = 1,8m \times 366 \text{ m} = 658,8 \text{ m}^2$$

$$A_{Post-Panamax} + A_{Panamax} + A_{espacio} = (17651,87 + 9298,12 + 658,8)$$

$$A_{Post-Panamax} + A_{Panamax} + Distancia = \mathbf{27608,79 \text{ m}^2}$$

CÁLCULO DEL ÁREA DEL LAGO GATÚN.

Para poder calcular el área aproximada del lago Gatún utilizando el significado geométrico de integral definida se divide la superficie del Lago en espacios de áreas conocidas como cuadrados y rectángulos, de tal forma que se tenga la mayor cantidad de áreas y el error en relación al área real del lago sea el mínimo posible, siguiendo una base metodológica similar a la demostración del teorema fundamental del cálculo integral como un límite de una suma de Riemann:

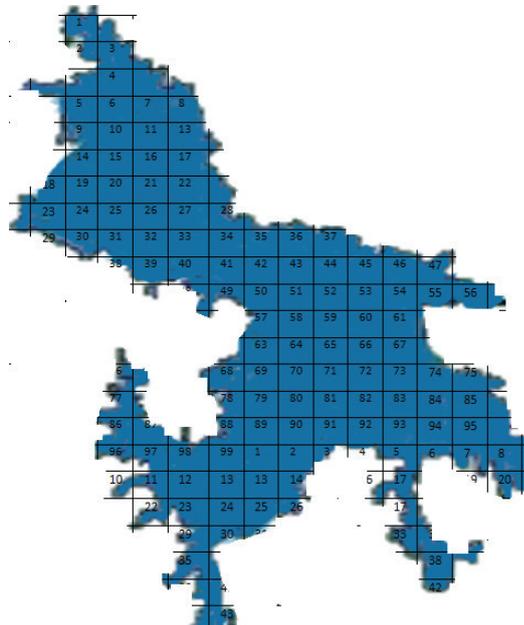


Figura 4:

Fuente:

Un número adecuado de cuadrados, en nuestro caso el número de cuadrados divididos son: Se ha utilizado cuadrados de 5mm de lado aproximadamente, que, en escala, representarían un área de 2,97 km².

Utilizando una imagen descargada a través de Google Maps del Lago Gatún, se pudo dibujar aproximadamente 143 cuadrados del área establecida.

El lado de cada cuadrado representa en escala:

$$\sqrt{l * l} = \sqrt{2.97 \text{ km}^2}$$
$$l = 1.72 \text{ km}$$

Para aplicar el concepto de integral definida se supone que todos los cuadrados de lado 1.72 km, forman un solo rectángulo, cuya área tiende al valor del área real del Lago Gatún, como se indica en la figura 5.

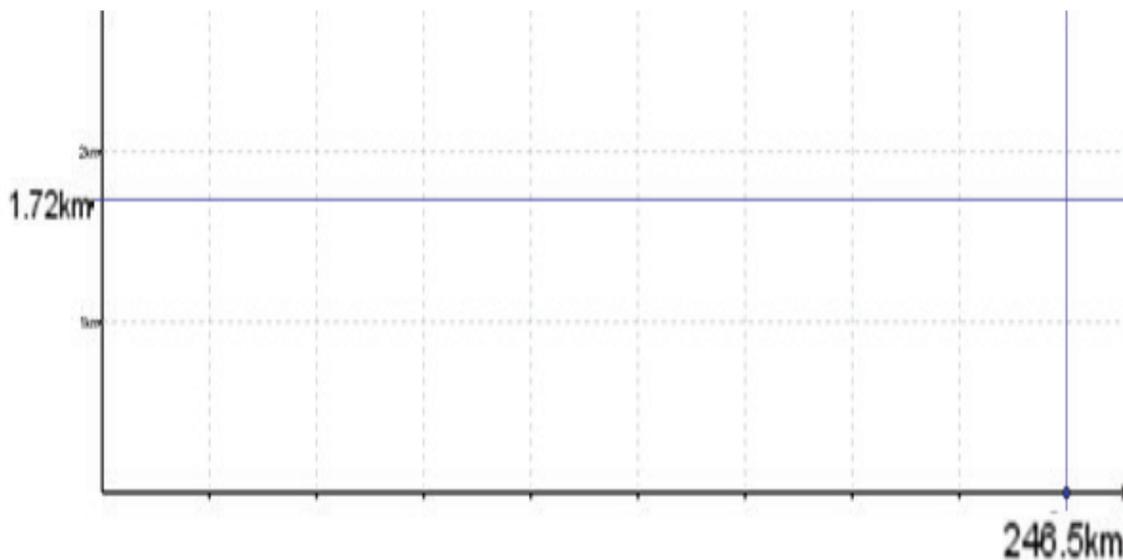


Figura 5: Dimensiones

Fuente: Elaboración propia

En el eje x se realizó el producto del lado por el número de cuadrados, para determinar el intervalo de integración

$$1.72 * 143 = 246,5 \text{ km}$$

La función a integrar estaría determinada por una recta horizontal de ecuación igual al lado del cuadrado:

$$f(x) = 1,72$$

La integral final sería la siguiente:

$$\int_0^{246.5} 1.72 \, dx$$
$$= 1.72x \Big|_0^{246.5}$$
$$= [1.72(246.5)] - [1.72(0)]$$
$$= [423.9] - [0]$$
$$= 423.9 \text{ km}^2$$

4. Conclusiones

- La realización de este trabajo ha permitido demostrar que es posible aplicar conceptos matemáticos, con algún grado de profundidad, en la modelación y solución de problemas prácticos reales utilizando metodologías simples y fáciles de comprender, de tal forma que el proceso de enseñanza aprendizaje sea óptimo y esté enfocado en el tratamiento teórico y práctico de los conceptos matemáticos que analizan en el aula de clase.
- Se ha podido evidenciar que inclusive en problemas de ingeniería que revisten una gran complejidad técnica, se puede recurrir a métodos sencillos de cálculo, basados en principios matemáticos generales, que pueden ayudar resolver problemas específicos que en conjunto permitirían construir la solución total del problema.
- En cuanto al proyecto propio de ampliación del Canal de Panamá, ha permitido acortar las rutas de los barcos a nivel mundial que opera las 24 horas y 365 días del año; con la ampliación se doblará la capacidad del canal, permitirá el paso de más barcos y aumentará la competitividad en el transporte marítimo internacional; esto ayudará al crecimiento de la economía y se generarán empleos directos e indirectos.

5. Recomendaciones

- Una consideración importante para este y otros trabajos relacionados con modelación matemática es que se debe contar con información de calidad, esto es, que los datos sean lo más cercanos a los datos reales para que los errores en los resultados, producto del procesamiento, análisis y representación funcional de la información sean los mínimos posibles.
- El entendimiento claro de los conceptos matemáticos, se convierte en la herramienta básica para la resolución de problemas prácticos, de otra manera, se podría dificultar la interpretación de los parámetros que caracterizan el problema y utilizar metodologías y principios equivocados de solución.
- La información necesaria para el desarrollo de trabajos de investigación debe ser obtenida de fuentes confiables como libros actualizados, artículos científicos, revistas y cualquier documento producto de una investigación.

6. Referencias bibliográficas

- Agencias, L. T. (25 de Junio de 2016). *Los datos más curiosos sobre la ampliación del canal de Panamá*. Obtenido de <http://www.latercera.com/noticia/los-datos-mas-curiosos-sobre-la-ampliacion-del-canal-de-panama/>
- Ángulo, R. (1 de Abril de 2016). *Canal de Panamá - la era del Post - Panamax*. Obtenido de <http://www.radioangulo.cu/especiales/9559-canal-de-panama-la-era-de-post-panamax>
- Mar&Gerencia. (4 de Octubre de 2010). *El Canal de Panamá: ¿Ruta Marítima competitiva?* Obtenido de <https://marygerencia.com/2010/10/04/el-canal-de-panama-y-la-demanda-del-trafico-de-buques-porta-contenedores-post-panamax/>
- Panamá, C. (2013). *¿Qué es el programa de ampliación del canal de Panamá?* Obtenido de <https://micanaldepanama.com/ampliacion/preguntas-frecuentes/#prettyPhoto>
- Panamá, L. e. (26 de Junio de 2016). *Neopanamax, a la medida de las nuevas esclusas*. Obtenido de <http://laestrella.com.pa/economia/neopanamax-medida-nuevas-esclusas/23946190>
- Verini, N. (Agosto de 2012). *El nuevo canal de Panamá*. Obtenido de http://www.petrotecnica.com.ar/agosto12/sin_publicidad/CanalPanama.pdf